

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭКРАНИРУЮЩИХ СВОЙСТВ ТОНКИХ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ ПЛЕНОК

Описание лабораторной работы

Рекомендовано методической комиссией радиофизического факультета
для студентов и слушателей ННГУ, обучающихся по направлениям
подготовки 071500 «Радиофизика» и 510400 «Физика»

Нижний Новгород
2020

УДК 538.945
ББК 22.37
И-85

Рецензент: к.ф.-м.н. **Ю.Н. Ноздрин**

И-85 ИССЛЕДОВАНИЕ ЭКРАНИРУЮЩИХ СВОЙСТВ ТОНКИХ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ ПЛЕНОК. Авторы: Аладышкин А.Ю., Копасов А.А., Елькина А.И., Левичев М.Ю., Маркелов В.А., Клушин А.М., Водолазов Д.Ю., Мельников А.С., Курин В.В.: Описание лабораторной работы. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2020. – 22 с.

В настоящем пособии представлено описание лабораторной работы, посвященной экспериментальному исследованию температурной зависимости глубины проникновения магнитного поля тонких сверхпроводящих пленок. Пособие содержит теоретическое обоснование экспериментальной методики в рамках теории Лондонов а также подробное описание эксперимента, включающее в себя пример обработки экспериментальных данных. Все это способствует повышению уровня образования студентов и слушателей ННГУ в соответствии с международными стандартами.

Практикум предназначен для студентов ННГУ, обучающихся по направлениям подготовки 071500 «Радиофизика» и 510400 «Физика».

Ответственный за выпуск:
заместитель председателя методической комиссии радиофизического
факультета ННГУ
д.ф.-м.н. **Е.З. Грибова**

УДК 538.945
ББК 22.37

© Нижегородский государственный
университет им. Н.И. Лобачевского, 2020

Содержание

1. Введение	4
2. Теория	6
2.1 Двухжидкостная модель и комплексная проводимость сверхпроводника	6
2.2 Квазистатическая проводимость	7
2.3 Квазистатическая экранировка однородного магнитного поля массивным сверхпроводником	8
2.4 Квазистатическая экранировка поля диполя тонкой сверхпро- водящей пленкой	9
3. Эксперимент	14
3.1 Описание экспериментальной установки	14
3.2 Пример обработки результатов измерений	17
4. Задания	17
5. Контрольные вопросы	19
6. Техника безопасности	19
Список литературы	20

1. Введение

Сверхпроводимость – свойство некоторых материалов обладать строго нулевым электрическим сопротивлением на постоянном токе при достижении ими температуры ниже определённого значения. Температура, при которой происходит фазовый переход из нормального состояния в сверхпроводящее состояние, называется критической температурой сверхпроводящего перехода T_c , при этом критическая температура зависит от внешнего магнитного поля. Известны несколько сотен соединений, чистых элементов, сплавов и керамик, переходящих в сверхпроводящее состояние. Явление сверхпроводимости было открыто в 1911 г. в Лейденской лаборатории голландским физиком и инженером Камерлинг–Оннесом. В ходе изучения зависимости электрического сопротивления ртути от температуры T было обнаружено, что при температуре около 4 К сопротивление образца обращается в нуль.

Довольно продолжительное время после открытия сверхпроводимости ошибочно считалось, что сверхпроводник представляет собой идеальный проводник, то есть просто металл с нулевым удельным сопротивлением ρ или бесконечной проводимостью $\sigma = 1/\rho$. Рассмотрим, как должен реагировать идеальный проводник на достаточно слабое магнитное поле, которое не способно разрушить его идеальную проводимость. Очевидно, что внутри идеального проводника, несущего конечный транспортный ток, электрическое поле должно быть равно нулю, поскольку $\mathbf{E} = \mathbf{j}/\sigma$. Рассмотрим второе уравнение Максвелла, которое связывает характеристики электрического поля \mathbf{E} и скорость изменения магнитного поля \mathbf{B}

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t},$$

где c – скорость света в вакууме. Поскольку для идеального проводника $\mathbf{E} = 0$ и $\operatorname{rot} \mathbf{E} = 0$, то $\dot{\mathbf{B}} = 0$ [1]. Иными словами, внутри идеального проводника магнитное поле не может изменяться во времени и, следовательно, магнитное состояние должно зависеть от предыстории; например, если переход в состояние идеальной проводимости происходит в ненулевом магнитном поле, то магнитное поле в каждой точке должно остаться неизменным и равным магнитному полю в начале перехода (см. рис. 1). Часто для краткости используется следующая терминология: zero-field cooled или ZFC – состояние, возникающее после охлаждения образца в нулевом магнитном поле, field cooled или FC – состояние, возникающее после охлаждения образца в магнитном поле конечной величины.

В 1933 г. Мейсснер и Оксенфельд поставили опыт и показали, что при $T < T_c$ магнитное поле в массивном сверхпроводящем образце равно нулю независимо от способа перехода в сверхпроводящее состояние для лю-

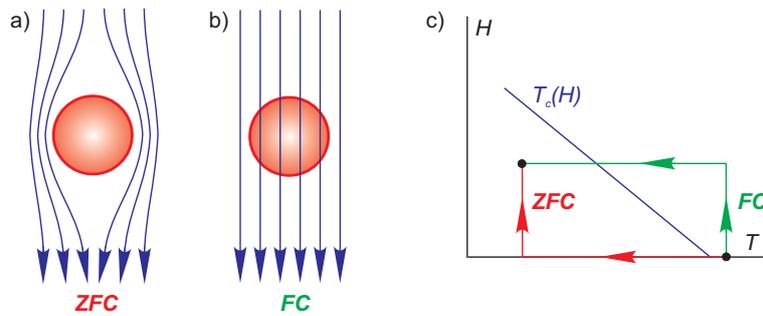


Рисунок 1 – Магнитное состояние идеального проводника при $T < T_c$ и $H \neq 0$ зависит от предыстории: (а) идеальный проводник внесен в магнитное поле при $T < T_c$, (б) идеальный проводник внесен в магнитное поле при $T > T_c$ [1]; (с) FC– и ZFC–переходы на плоскости «температура – внешнее магнитное поле».

бых ZFC– и FC–процессов. Можно сказать, что сверхпроводящее состояние есть новое квантовое состояние, характеризующееся нулевым электрическим сопротивлением на постоянном токе ($\rho = 0$) и идеальным диамагнетизмом ($\mathbf{B} = 0$). При более детальном анализе удалось обнаружить, что магнитное поле всё же проникает в приповерхностный слой сверхпроводника, где экспоненциально затухает при перемещении вглубь сверхпроводника на масштабах порядка 10–100 нм. Этот параметр, который характеризует глубину проникновения магнитного поля, обозначается λ и носит название лондоновской глубины проникновения магнитного поля.

В 1950 г. Гинзбургом и Ландау была построена феноменологическая теория сверхпроводимости. В 1957 г. Бардиным, Купером и Шриффером была построена микроскопическая теория сверхпроводимости. В рамках теории БКШ необычные термодинамические и транспортные свойства сверхпроводников были объяснены в терминах формирования сверхпроводящего конденсата, состоящего из попарно–коррелированных электронов или куперовских пар. Конденсат куперовских пар способен обеспечить перенос электрический ток без диссипации энергии и, соответственно, с нулевым сопротивлением на постоянном токе. Часть электронов проводимости может остаться в некоррелированном состоянии, что обеспечивает конечную диссипацию энергии сверхпроводника на переменном токе.

Целями настоящей работы являются

- знакомство с эффектом Мейсснера и методами расчета экранирующих свойств сверхпроводящих систем,
- знакомство с криогенной техникой,
- экспериментальное исследование температурной зависимости глубины проникновения магнитного поля тонких сверхпроводящих пленок.

2. Теория

2.1 Двухжидкостная модель и комплексная проводимость сверхпроводника

Рассмотрим массивный сверхпроводник в переменном электромагнитном поле с частотой f в условиях нормального скин-эффекта, когда длина свободного пробега ℓ существенно меньше глубины скин-слоя δ . В этом случае справедливо локальное соотношение между плотностью тока и напряженностью электрического поля $\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$ в форме закона Ома [2]. Для оценки проводимости сверхпроводника (при $T < T_c$) в рамках так называемой двухжидкостной модели (англ. two-fluid model) предположим, что все электроны проводимости можно разделить на два электронных ансамбля: «нормальные» электроны, обладающие конечной вязкостью, и «сверхпроводящие» электроны, способные двигаться без сопротивления. Очевидно, что полная концентрация электронов n должна быть равна сумме концентраций нормальных электронов n_n и сверхпроводящих электронов n_s . В частности, $n_s = 0$ при $T > T_c$ и n_s должна увеличиваться по мере уменьшения температуры. В ряде случаев можно использовать эмпирические соотношения

$$n_s \simeq n \left\{ 1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^k \right\} \quad \text{и} \quad n_n \simeq n \left(\frac{T}{T_c} \right)^k, \quad (1)$$

где обычно принимается $k = 1, 2$ или 4 в зависимости от модели или диапазона изменения температуры.

Запишем уравнение движения нормального электрона в электрическом поле \mathbf{E} с учётом рассеяния на дефектах

$$m^* \frac{d\mathbf{v}_n}{dt} = e\mathbf{E} - \nu m^* \mathbf{v}_n, \quad (2)$$

Поясним, что в левой части уравнения (2) стоит изменение импульса нормального электрона, равное произведению эффективной массы m^* на ускорение $\dot{\mathbf{v}}_n$, в правой части — сумма силы Кулона $e\mathbf{E}$ и средней силы трения $\nu m^* \mathbf{v}_n$, направленной противоположно скорости; здесь ν — средняя частота соударений электронов, характеризующая вязкость нормальной электронной жидкости. Аналогично запишем уравнение движения сверхпроводящего электрона

$$2m^* \frac{d\mathbf{v}_s}{dt} = 2e\mathbf{E}, \quad (3)$$

где $2m^*$ и $2e$ – эффективная масса и элементарный заряд куперовских пар, при этом частота соударений считается равной нулю. Введем плотности тока $\mathbf{j}_n = en_n \mathbf{v}_n$ и $\mathbf{j}_s = en_s \mathbf{v}_s$, соответствующие потоку заряда для нормальной и сверхпроводящей компонент. Перепишем уравнение (3) в виде

$$\mathbf{E} = \frac{m^*}{n_s e^2} \frac{d}{dt} \mathbf{j}_s, \quad (4)$$

которое называется первым уравнением Лондонов. Легко видеть, что в стационарном состоянии ($d/dt = 0$) электрическое поле даже при наличии тока в сверхпроводниках отсутствует.

Будем предполагать, что все поля и токи изменяются по гармоническому закону $\sim e^{i\omega t}$, где $\omega = 2\pi f$ – угловая частота. Используя уравнения (2) и (3), выразим \mathbf{j}_n и \mathbf{j}_s через \mathbf{E}

$$\mathbf{j}_n = \frac{n_n e^2 \tau}{m^*} \frac{1}{(1 + i\omega\tau)} \mathbf{E} \quad \text{и} \quad \mathbf{j}_s = \frac{n_s e^2}{m^*} \frac{1}{i\omega} \mathbf{E}. \quad (5)$$

где $\tau = \nu^{-1}$ – характерное время между двумя актами рассеяния (англ. elastic scattering time). Отметим, что в рассматриваемой нами модели Лондонов плотности тока пропорциональны концентрациям соответствующих электронных жидкостей и напряженности электрического поля. Основное отличие между компонентами тока заключается в том, что для сверхпроводящей компоненты τ следует формально считать бесконечным, а для нормального металла – конечным. Очевидно, что связь полной плотности тока $\mathbf{j} = \mathbf{j}_s + \mathbf{j}_n$ и амплитуды электрического поля можно записать в виде выражения $\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$, где комплексная проводимость сверхпроводника дается выражением

$$\sigma = \frac{n_n e^2 \tau}{m^*} \frac{1}{(1 + i\omega\tau)} + \frac{n_s e^2}{m^*} \frac{1}{i\omega}. \quad (6)$$

Заметим, что второе слагаемое имеет формальную расходимость на нулевой частоте, поэтому статический случай следует рассмотреть особо.

2.2 Квазистатическая проводимость

Рассмотрим связь электрического поля и векторного потенциала в общем виде [3]

$$\mathbf{E} = -\nabla\varphi - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = -\nabla\varphi - \frac{i\omega}{c} \mathbf{A},$$

где φ – скалярный потенциал, \mathbf{A} – векторный потенциал ($\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}$). В дальнейшем изложении выбрана кулоновская калибровка $\text{div } \mathbf{A} = 0$. Очевидно, что в областях без источников электрического поля $\Delta\varphi = 0$ и, следовательно, $\mathbf{E} = -i\omega\mathbf{A}/c$. В этом случае локальное соотношение $\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$ с комплексной проводимостью, определяемой выражением (6), можно переписать в виде

$$\mathbf{j} = \left\{ \frac{n_n e^2 \tau}{m^*} - i \frac{1}{\omega} \frac{n_s e^2}{m^*} \right\} \mathbf{E} = \frac{n_n e^2 \tau}{m^*} \mathbf{E} - \frac{n_s e^2}{m^*} \frac{1}{c} \mathbf{A}. \quad (7)$$

Таким образом, на нулевой частоте, когда $\mathbf{E} = 0$, по сверхпроводнику может течь бесдиссипативный электрический ток, при этом его величина определяется концентрацией сверхпроводящих электронов. Введем параметр

$$\lambda = \sqrt{\frac{m^*}{e^2} \frac{c^2}{4\pi n_s}} \quad (8)$$

и перепишем соотношение (7) в стационарном случае (при $\omega = 0$) в виде

$$\mathbf{j}_s = -\frac{c}{4\pi\lambda^2} \mathbf{A}. \quad (9)$$

Уравнение (9), устанавливающее связь между плотностью сверхтока и векторным потенциалом, называют вторым уравнением Лондонов. Параметр $\lambda = \lambda(T)$ называется лондоновской глубиной проникновения магнитного поля¹.

2.3 Квазистатическая экранировка однородного магнитного поля массивным сверхпроводником

В качестве простой иллюстрации эффекта экранировки обсудим вопрос о связи магнитного поля на поверхности массивного сверхпроводника с полем в толще сверхпроводника. Рассмотрим сверхпроводящее полупространство,

¹Заметим, что уравнение (9) не является калибровочно-инвариантным, поскольку векторный потенциал определен с точностью до градиента произвольной функции. Последовательная теория Гинзбурга-Ландау позволяет записать связь между сверхтоком и векторным потенциалом в виде [1]

$$\mathbf{j}_s = -\frac{c}{4\pi\lambda^2} \left(\frac{\Phi_0}{2\pi} \nabla\theta + \mathbf{A} \right),$$

где θ – фаза волновой функции сверхпроводящего конденсата, $\Phi_0 = \pi\hbar c/|e| = 2 \times 10^{-7}$ Гс·см² – квант магнитного потока. Состояние, для которого $\text{rot } \nabla\theta \neq 0$, называется вихревым состоянием, которое реализуется в сверхпроводниках второго рода. Далее мы будем считать, что амплитуда внешнего магнитного поля достаточно мала, поэтому сверхпроводник остается в мейснеровском (или безвихревом) состоянии, для которого связь плотности сверхтока и векторного потенциала дается соотношением (9).

занимающее область $x > 0$ и предположим, что магнитное поле направлено по оси z и на поверхности равно H_0 (см. рис. 2). Запишем первое уравнение Максвелла для магнитного поля внутри сверхпроводящей области для стационарного случая

$$\text{rot } \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}.$$

Поскольку в стационарном случае могут существовать только сверхпроводящие токи, которые описываются выражением (9), то

$$\text{rot rot } \mathbf{A} = -\frac{1}{\lambda^2} \mathbf{A}. \quad (10)$$

Принимая во внимание, что $\text{rot rot } \mathbf{A} = \nabla \text{div} \mathbf{A} - \Delta \mathbf{A}$, перепишем (10) в проекции на ось y

$$\frac{d^2 A_y}{dx^2} - \frac{A_y}{\lambda^2} = 0. \quad (11)$$

Приемлемым решением уравнения (11), которое затухает при $x \rightarrow \infty$ и соответствует граничному условию при $x = 0$, является $A_y = -H_0 \lambda e^{-x/\lambda}$, следовательно,

$$B_z = \frac{\partial A_y}{\partial x} = H_0 e^{-x/\lambda} \quad \text{и} \quad j_y = -\frac{c}{4\pi\lambda^2} A_y = \frac{c}{4\pi\lambda} H_0 e^{-x/\lambda}. \quad (12)$$

Таким образом, статическое магнитное поле экранируется в массивных сверхпроводниках на масштабе, равном лондоновской глубине проникновения магнитного поля. Отметим, что статическое магнитное поле в нормальных металлах не экранируется.

2.4 Квазистатическая экранировка поля диполя тонкой сверхпроводящей пленкой

Перейдем к рассмотрению основного вопроса данной работы и рассмотрим особенности экранировки неоднородного магнитного поля тонкой сверхпроводящей пленкой (d – толщина пленки). Целью данного раздела является получение выражения, описывающего магнитное поле под пленкой в зависимости от температуры. В качестве источника магнитного поля можно рассмотреть виток с током, который имеет магнитный момент $m_0 \sim I_0 R_d^2$, где I_0 – амплитуда тока, а R_d – радиус возбуждающей катушки.

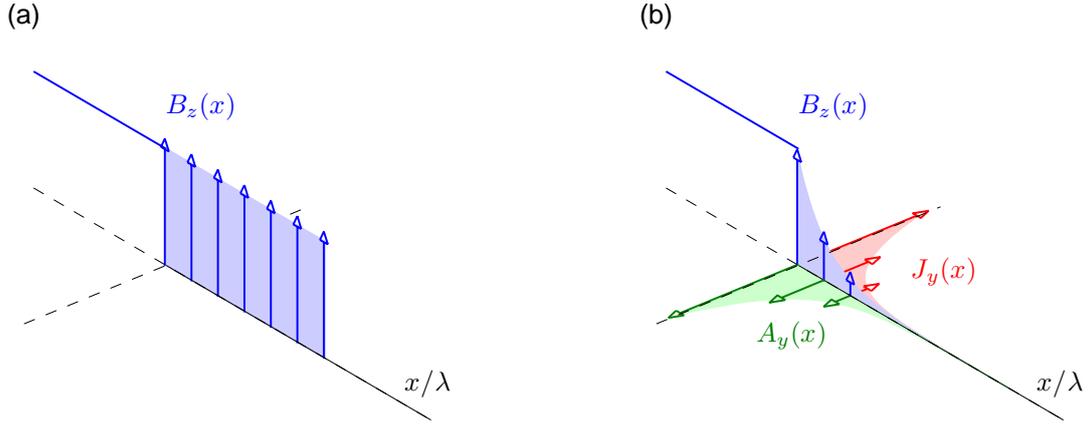


Рисунок 2 – Схематическое распределение полей и токов внутри нормального металла (а) и массивного сверхпроводника с плоской поверхностью (б), поля и токи в сверхпроводнике затухают экспоненциально по закону $e^{-x/\lambda}$.

Вектор намагниченности, соответствующий рассматриваемому распределению тока, при условии $R_d/h \ll 1$ можно записать в виде²

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}) = m_0 \delta(x)\delta(y)\delta(z - h) \mathbf{e}_z ,$$

где h – высота магнитного диполя над верхней поверхностью пленки, \mathbf{e}_z – единичный вектор, ориентированный по нормали к поверхности пленки, (x, y, z) – декартова система координат. Будем считать, что ток в катушке и соответствующий ей дипольный момент изменяется во времени по гармоническому закону. Запишем первое уравнение Максвелла в виде

$$\text{rot } \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}, \quad \text{где } \mathbf{j} = \left(\frac{n_n e^2 \tau}{m^*} \mathbf{E} - \frac{n_s e^2}{m^*} \frac{1}{c} \mathbf{A} \right) f(z) + c \text{rot } \mathbf{M}. \quad (13)$$

в котором мы пренебрегли током смещения, что представляется разумным до частот порядка нескольких ГГц; плотность тока \mathbf{j} включает плотность тока проводимости и плотность тока внешних источников, функция $f(z)$ равна единице внутри сверхпроводящей пленки ($-d \leq z \leq 0$) и нулю вне этого интервала. Используя соотношение (8), перепишем (13) в виде

$$\text{rot rot } \mathbf{A} = \left\{ \frac{4\pi}{c} \frac{n_n e^2 \tau}{m^*} \left(-\frac{i\omega}{c} \mathbf{A} \right) - \frac{1}{\lambda^2} \mathbf{A} \right\} f(z) + 4\pi \text{rot} \left\{ m_0 \delta(x)\delta(y)\delta(z - h) \mathbf{e}_z \right\}. \quad (14)$$

При условии $1/\lambda^2 \gg 4\pi\omega\sigma_n/c^2$, которое выполняется для низких частот и для температур не слишком близких к критической температуре, можно пре-

²Анализ обратного случая $R_d/h \gtrsim 1$ представлен в конце данного раздела

небредь нормальной компонентой тока в уравнении (14), $\sigma_n = e^2 n_n \tau / m^*$ – нормальная проводимость в модели Друде. Выберем кулоновскую калибровку векторного потенциала $\text{div } \mathbf{A} = 0$ и будем искать решение (14) в виде $\mathbf{A} = \text{rot } \mathbf{a}$, тогда

$$\text{rot rot } \mathbf{a} + \frac{f(z)}{\lambda^2} \mathbf{a} - 4\pi m_0 \delta(x)\delta(y)\delta(z-h) \mathbf{e}_z = \nabla \phi, \quad (15)$$

где ϕ – произвольная функция. Полагая $\mathbf{a} = a_z \mathbf{e}_z$ в силу симметрии задачи и $\phi = \text{div } \mathbf{a}$, получаем скалярное уравнение для вспомогательной функции a_z в цилиндрических координатах (r, φ, z)

$$\frac{\partial^2 a_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial a_z}{\partial r} + \frac{\partial^2 a_z}{\partial z^2} - \frac{f(z)}{\lambda^2} a_z = -4\pi m_0 \delta(z-h) \frac{\delta(r)}{2\pi r}, \quad (16)$$

где мы использовали равенство $\delta(x)\delta(y) = \delta(r)/2\pi r$.

Если мы ограничимся рассмотрением экранировки тонких сверхпроводящих пленок с предельно малой толщиной ($d \ll \lambda \ll h$), то можно выполнить замену $f(z) = d\delta(z)$ и перейти к уравнению вида

$$\frac{\partial^2 a_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial a_z}{\partial r} + \frac{\partial^2 a_z}{\partial z^2} - \frac{d}{\lambda^2} \delta(z) a_z = -4\pi m_0 \delta(z-h) \frac{\delta(r)}{2\pi r}. \quad (17)$$

Для решения дифференциального уравнения (17) второго порядка с переменными коэффициентами применим преобразование Ханкеля (или Ганкеля) нулевого порядка [4] по координате r и получим одномерное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами

$$\frac{d^2 \tilde{a}_z}{dz^2} - q^2 \tilde{a}_z = \frac{d}{\lambda^2} \delta(z) \tilde{a}_z - 2m_0 \delta(z-h), \quad (18)$$

где

$$\tilde{a}_z(q, z) = \int_0^\infty a_z(r, z) J_0(qr) r dr$$

и $J_0(x)$ есть функция Бесселя первого рода нулевого порядка. Первое слагаемое в правой части уравнения (18) соответствуют мейсснеровским токам, второе слагаемое – токам внешних источников. Параметр $\lambda_{\text{eff}} \equiv \lambda^2/d$, появившийся в уравнении (18), обычно называется эффективной глубиной проникновения магнитного поля (или пирловской глубиной), и эта величина характеризует типичный масштаб распределения экранирующих токов в тонких сверхпроводящих пленках в латеральной плоскости; для тонких пленок

$\lambda_{\text{eff}} \gg \lambda$ в силу худших экранирующих свойств тонких пленок по сравнению с массивными сверхпроводниками.

В области 1 над пленкой при $z > 0$ уравнение (18) принимает вид $\tilde{a}_z'' - q^2 \tilde{a}_z = -2m_0 \delta(z - h)$, которое имеет общее решение вида $\tilde{a}_z^{(1)} = (m_0/q) e^{-q|z-h|} + A_1 e^{-qz}$, где A_1 – неизвестная постоянная. Заметим, что первое слагаемое представляет собой поле затравочного диполя в q, z -координатах для вспомогательной функции.

В области 2 под пленкой при $z < 0$ поэтому уравнение принимает вид $\tilde{a}_z'' - q^2 \tilde{a}_z = 0$, которое имеет решение вида $\tilde{a}_z^{(2)} = B_2 e^{qz}$, где B_2 – неизвестная постоянная.

Уравнение (18) содержит *сингулярности* при $z = 0$ и $z = h$, поэтому неизвестная функция \tilde{a}_z должна изменяться непрерывно для всех значений z , а первая производная $d\tilde{a}_z/dz$ должна иметь разрыв при $z = 0$ и $z = h$. Граничные условия

$$\tilde{a}_z^{(1)} \Big|_{z=0} = \tilde{a}_z^{(2)} \Big|_{z=0} \quad \text{и} \quad \frac{d}{dz} \tilde{a}_z^{(1)} \Big|_{z=0} - \frac{d}{dz} \tilde{a}_z^{(2)} \Big|_{z=0} = \frac{d}{\lambda^2} \tilde{a}_z^{(2)}(0)$$

позволяют определить значения постоянных

$$A_1 = \frac{m_0}{q + d/2\lambda^2} e^{-qh} - \frac{m_0}{q} e^{-qh} \quad \text{и} \quad B_2 = \frac{m_0}{q + d/2\lambda^2} e^{-qh}.$$

Следовательно, решение уравнения (18) под тонкой пленкой можно записать в виде

$$\tilde{a}_z^{(2)} = \frac{m_0}{(q + d/2\lambda^2)} e^{-q(h+|z|)} = \left(1 + \frac{d}{2q\lambda^2}\right)^{-1} \times \frac{m_0}{q} e^{-q(h+|z|)},$$

где $z = -|z|$. Аксиальная компонента векторного потенциала, описывающего магнитное поле под тонкой сверхпроводящей пленкой, может быть записана в виде

$$\begin{aligned} A_\varphi^{(2)}(r, z) &= -\frac{\partial a_z^{(2)}}{\partial r} = -\int_0^\infty \tilde{a}_z^{(2)}(q, z) \left(\frac{d}{dr} J_0(qr)\right) q dq = \\ &= \int_0^\infty \left(1 + \frac{d}{2q\lambda^2}\right)^{-1} \frac{m_0}{q} e^{-q(h+|z|)} J_1(qr) q^2 dq, \quad (19) \end{aligned}$$

где $J_1(x) = -J_0'(x)$ есть функция Бесселя первого рода первого порядка. Легко видеть, что для любого z это решение представляет собой поле точечного (затравочного) диполя, которое ослаблено в меру множителя $(1 + d/2q\lambda^2)^{-1}$.

Рассмотрим два важных частных случая. Из-за наличия множителя $e^{-q(h+|z|)}$ в подынтегральном выражении, основной вклад в интеграл вносят значения $q \leq q_{\max}$, где $q_{\max} \sim 1/h$; прочие q будут давать экспоненциально малый вклад.

1. Для предельно тонких пленок и высоких температур, близких к критической температуре параметр $d/q\lambda^2 \ll 1$, следовательно, раскладывая выражение (19) в ряд Тейлора по параметру d/λ^2 , получаем

$$A_{\varphi}^{(2)}(r, z) = \int_0^{\infty} \left\{ \frac{m_0}{q} e^{-q(h+|z|)} - \frac{d}{\lambda^2} \cdot \frac{m_0}{2q^2} e^{-q(h+|z|)} \right\} J_1(qr) q^2 dq, \simeq$$

$$\simeq m_0 \frac{r}{[r^2 + (h + |z|)^2]^{3/2}} - m_0 \frac{d}{2\lambda^2} \cdot \frac{1}{r} \left(1 - \frac{(h + |z|)}{\sqrt{r^2 + (h + |z|)^2}} \right). \quad (20)$$

Иными словами, при условии $h \ll \lambda^2/d$ в режиме слабой экранировки отличие поля под пленкой от поля затравочного диполя должно быть пропорционально hd/λ^2 .

2. Если $h \gg \lambda^2/d$, то

$$A_{\varphi}^{(2)}(r, z) \simeq \int_0^{\infty} \frac{2q\lambda^2}{d} \frac{m_0}{q} e^{-q(h+|z|)} J_1(qr) q^2 dq \simeq \quad (21)$$

$$2m_0 \frac{\lambda^2}{d} \times \int_0^{\infty} e^{-q(h+|z|)} J_1(qr) q^2 dq \simeq 2m_0 \frac{\lambda^2}{d} \times \frac{3r(h + |z|)}{(r^2 + (h + |z|)^2)^{5/2}}.$$

В режиме сильной экранировки поле под пленкой мало в меру фактора λ^2/dh .

Если под сверхпроводящей пленкой будет находиться приемная катушка площадью $S' = \pi R'^2$ на расстоянии z_0 от сверхпроводящей пленки (4), то в каждом витке переменное электромагнитное поле с амплитудой $E_{\varphi} = \omega A_{\varphi}^{(2)}/c$ будет создавать э.д.с., равную по порядку величины

$$U = \oint E_{\varphi} dl \simeq \frac{\omega}{c} 2\pi R' A_{\varphi}^{(2)}(R', z_0).$$

При условии $d \ll \lambda \ll h$ и $h \ll \lambda^2/d$, амплитуда напряжения, индуцирован-

ного в приемной катушке, в рассматриваемой модели будет равна

$$U \simeq \frac{\omega}{c} 2\pi R' \times 2m_0 \frac{\lambda^2(T)}{d} \times \frac{3R'(h + |z|)}{(R'^2 + (h + |z|)^2)^{5/2}}. \quad (22)$$

Таким образом, в этом случае напряжение оказывается пропорциональным эффективной глубине проникновения магнитного поля. Это позволяет предложить метод по исследованию температурной зависимости эффективной глубины проникновения и критической температуры сверхпроводящего образца на основе измерения коэффициента взаимной индукции.

Для того, чтобы проанализировать случай $R_d/h \gtrsim 1$ необходимо использовать то обстоятельство, что распределение тока возбуждающей катушки может быть представлено в виде суммы токов точечных витков (см. рис. 3). Таким образом, суммируя вклады точечных магнитных диполей, мы получа-

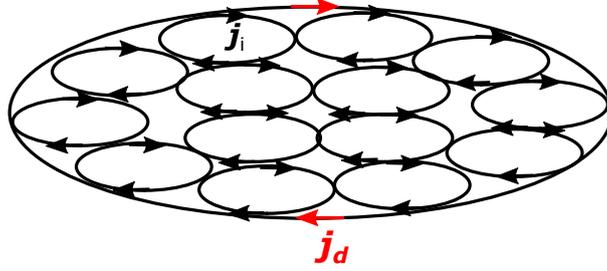


Рисунок 3 – Распределение тока возбуждающей катушки в виде суммы токов элементарных витков $\mathbf{j} = \sum_i \mathbf{j}_i$.

ем следующее выражение для аксиальной компоненты векторного потенциала, описывающего магнитное поле под тонкой сверхпроводящей пленкой:

$$A_\varphi^{(2)}(r, z) \propto \int_0^\infty dq \left(1 + \frac{d}{2q\lambda^2}\right)^{-1} J_1(qr) J_1(qR_d) e^{-q(h+|z|)}. \quad (23)$$

Из данного выражения легко видеть, что в случае $R_d/h \ll 1$ мы немедленно получаем формулу (19).

3. Эксперимент

3.1 Описание экспериментальной установки

Экспериментальная часть работы выполняется на стенде, состоящем из сосуда Дьюара СТГ-40 с жидким гелием, низкотемпературного зонда (или вставки), синхронного детектора (англ. lock-in amplifier) Stanford Research SR

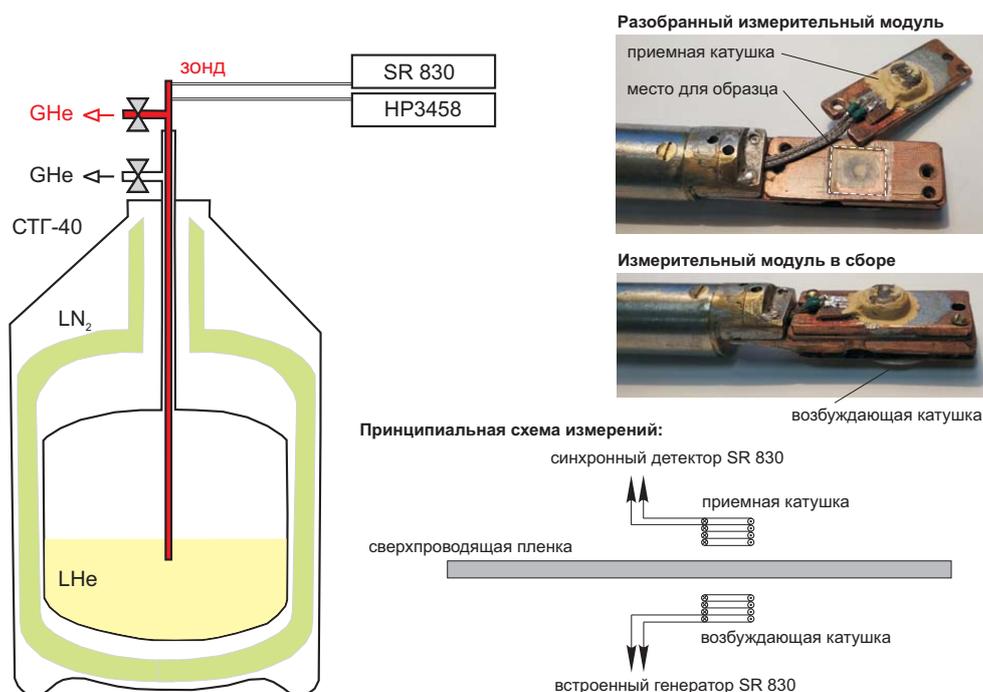


Рисунок 4 – Схематический вид сосуда Дьюара СТГ-40 в разрезе, конструкция держателя образца и блок-схема измерительной установки; GHe – газообразный гелий, LHe – жидкий гелий, LN₂ – жидкий азот.

830 и мультиметра Hewlett-Packard HP3458, показания которого могут быть пересчитаны в температуру. Зонд представляет собой тонкостенную трубку из нержавеющей стали, на верхнем «горячем» конце которой размещены разъемы для подключения усилителя и мультиметра, а на «холодном» конце – медный держатель для образцов размером 10 мм × 10 мм. Исследуемый образец помещается между двух катушек. Возбуждающая катушка изготовлена из медной проволоки диаметром 0.07 мм, намотанной на сердечник из текстолита (внутренний диаметр 4 мм, внешний диаметр 9 мм, индуктивность примерно 30 мкГн, полное число витков порядка 100). Зонд помещается во вторую трубку из нержавеющей стали с двойными стенками («антидьюар»), которая играет роль защитного корпуса и термостата, на дне этой трубки имеется отверстие для входа или вывода гелия. На возбуждающую катушку через сопротивление 5.5 кОм подается гармонический сигнал со встроенного генератора SR 830 с амплитудой порядка нескольких сотен мВ на частоте 13.5 кГц. Приемная катушка изготовлена из медной проволоки диаметром 0.07 мм, намотанной на сердечник из феррита (внутренний диаметр 3 мм, внешний диаметр 9 мм, индуктивность примерно 40 мкГн, полное число витков порядка 100), типичные значения амплитуды наведенной э.д.с. – доли мВ. Для измерения температуры в медный держатель встроены два термодатчика: угольный датчик Allen-Bradley с номинальным сопротивлением 560 Ом при комнатной температуре для измерений при гелиевых температурах и платиновый термодатчик Pt100 с номинальным сопротивлением 100 Ом при

комнатной температуре для измерений температуры в широком интервале от 10 К до 100 К.

Зонд в защитном корпусе размещается в горловине сосуда Дьюара с жидким гелием и надежно фиксируется гайкой М41. При погружении зонда в защитном корпусе в сосуд Дьюара верхний газовый вентиль на рис. 4, соединяющий вставку с атмосферой, должен быть *закрыт*, а нижний вентиль на рис. 4, соединяющий внутренний объем сосуда Дьюара с линией сбора газообразного гелия, должен быть *открыт*. Корпус с зондом медленно опускается в сосуд Дьюара, при этом охлаждение обеспечивается парами испаряющегося жидкого гелия, которые охлаждают корпус снаружи и затем поступают в линию сбора газообразного гелия. При приближении к критической температуре сверхпроводника ($\sim 10 - 12$ К) необходимо открыть верхний вентиль. Поскольку давление газообразного гелия в защитном корпусе будет близко к атмосферному давлению, а давление в линии сбора и, соответственно, внутри сосуда Дьюара на 50–100 мм рт. ст. выше атмосферного давления, из-за разницы давлений испаряющийся холодный гелий и/или жидкий гелий будет поступать внутрь защитного корпуса через маленькое отверстие, при этом эффективно охлаждая образец. Когда «холодный» конец зонда окажется погруженным в жидкий гелий, температура образца достигает температуры кипения жидкого гелия 4.3 К (при нормальных условиях).

Грубая регулировка температуры в процессе измерений производится перемещением зонда вместе с защитным корпусом вверх–вниз: при погружении вставки происходит охлаждение «холодного» конца зонда и, соответственно, образца, при выходе «холодного» конца зонда из жидкого гелия происходит нагрев образца. Для повышения точности зонд нужно двигать медленно. В самом деле, показания термодатчика будут характеризовать температуру образца только в том случае, если достигнуто состояние термодинамического равновесия и все элементы держателя образца имеют одну и ту же температуру. При быстром охлаждении или нагреве держателя образца в системе будут возникать неустраняемые градиенты температуры. Иными словами, любые температурные измерения должны проводиться с предельно малой скоростью изменения температуры.

Тонкая регулировка температуры зонда достигается путем изменения скорости истечения газообразного гелия через верхний и нижний вентили при фиксированной глубине погружения зонда. Для повышения температуры образца необходимо закрыть верхний вентиль, что приведет к повышению давления газообразного гелия в защитном корпусе, выдавливанию паров холодного газообразного гелия и/или жидкого гелия из защитного корпуса в сосуд Дьюара и нагреву образца из-за естественного теплопритока. Для понижения температуры образца необходимо открыть верхний вентиль, что, согласно описанному выше механизму, приведет к охлаждению образца. Таким

образом, регулируя с помощью верхнего вентиля давление гелия в защитном корпусе, можно плавно измерить температуру образца и исследовать температурную зависимость коэффициента взаимной индукции двух катушек в интервале от 4.3 К до ~ 15 К в квазиравновесном режиме.

3.2 Пример обработки результатов измерений

Типичная зависимость амплитуды наведенного сигнала в приемной катушке U от температуры T представлена на рис. 5(а). Далее можно поступать несколькими способами.

Во-первых, используя низкотемпературную часть зависимости $U(T)$, можно аппроксимировать ее зависимостью вида

$$U = \frac{A}{1 - T/T_c}, \quad (24)$$

где A и T_c есть подгоночные параметры. Такая процедура позволяет получить оценку критической температуры. На рис. 5(а) аппроксимация экспериментальных данных функциональной зависимостью вида (24), соответствующей соотношению (22) для модельной задачи, показана пунктирной линией.

Во-вторых, можно построить зависимость обратного нормированного сигнала U_0/U от T , где $U_0 = U$ при $T > T_c$. Очевидно, что высокотемпературная часть зависимости, включающая плато $U_0/U \simeq 1$, не имеет непосредственного физического смысла, однако низкотемпературная часть зависимости U_0/U от T характеризует температурную зависимость обратной эффективной глубины проникновения $\lambda_{\text{eff}}^{-1}$ и, соответственно, концентрацию куперовских пар. Легко видеть, что зависимость U_0/U от T для гибридной структуры «сверхпроводник – нормальный металл» при $T \ll T_c$ отличается от линейной зависимости, что может свидетельствовать о развитии эффекте близости [6].

4. Задания

1. Установите образец в криогенную вставку, проверьте отсутствие электрического контакта между возбуждающей катушкой и образцом, а также между образцом и принимающей катушкой. Проверьте надежность электрических соединений.
2. Соедините возбуждающую катушку с генератором синусоидального сигнала на базе синхронного детектора SR 830 и подайте в возбуждаю-

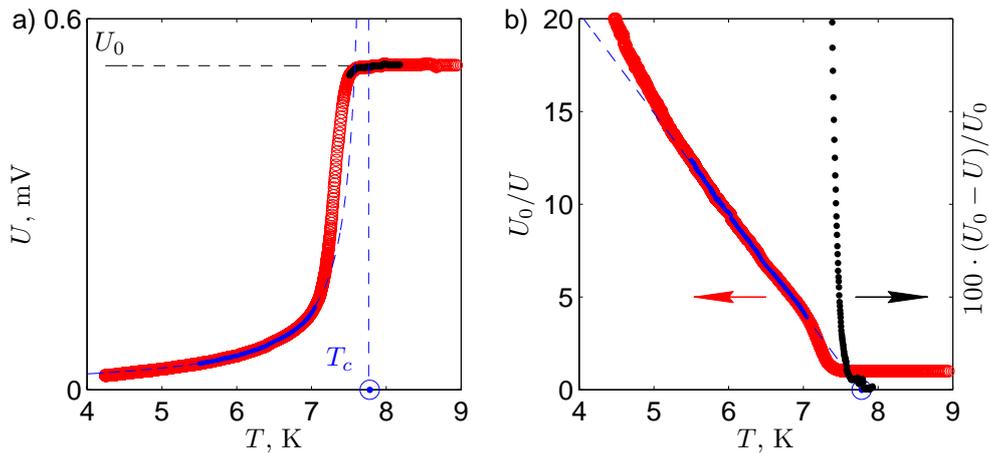


Рисунок 5 – (а) Типичная зависимость амплитуды сигнала, индуцированного на приемной катушке, от температуры; приемная и возбуждающая катушки разделены тонкопленочной гибридной структурой Cu/NbN, амплитуда напряжения в возбуждающей катушке 200 мВ. (б) Зависимость нормированного сигнала U_0/U от температуры.

щую катушку переменный ток. Убедитесь в появлении сигнала в приемной катушке, при этом амплитуда детектируемого сигнала должна быть пропорциональна амплитуде возбуждающего сигнала. Соедините криогенную вставку с мультиметром для измерения температуры.

3. Убедитесь в наличии жидкого гелия в сосуде Дьюара и оцените его уровень с помощью металлической трубки и акустического резонанса.
4. Запустите LabView–приложение. Закрепите криогенную вставку в горловине сосуда Дьюара с жидким гелием с помощью гайки и *медленно* начинайте опускать вставку внутрь сосуда. Убедитесь, что образец начал охлаждаться и начинайте следить за изменением сигнала в приемной катушке в зависимости от температуры при охлаждении; скорость изменения температуры можно регулировать скоростью опускания вставки.
5. Достигнув минимальной температуры, начинайте медленно поднимать вставку и запишите зависимость амплитуды сигнала в приемной катушке от температуры при нагреве.
6. Проанализируйте полученные зависимости амплитуды сигнала в приемной катушке от температуры и постройте температурную зависимость нормированной глубины проникновения магнитного поля от температуры для данного образца.

5. Контрольные вопросы

1. Предложите эквивалентную схему сверхпроводника, соответствующую выражению (6) для комплексной проводимости.
2. Используя эмпирическую зависимость $n_s(T)$, запишите выражение для зависимости глубины проникновения магнитного поля λ от температуры.
3. Как зависят активная и реактивная части сопротивления сверхпроводника от частоты при $T \ll T_c$ в рамках двухжидкостной модели?
4. Как зависят активная и реактивная части сопротивления от температуры при $\omega \rightarrow 0$ при $T \ll T_c$ и при $T \rightarrow T_c$ в рамках двухжидкостной модели?
5. Получите общее решение уравнения (18) в области 1 в виде $\tilde{a}_z^{(1)} = (m_0/q) e^{-q|z-h|} + A_1 e^{-qz}$.
6. Покажите, что при $d = 0$ (т.е. при отсутствии сверхпроводящей пленки) поле при $z < 0$ соответствует полю затравочного диполя.
7. Покажите, что при $\lambda = \infty$ (т.е. при $T > T_c$) поле в областях 1–2 соответствует полю затравочного диполя.

6. Техника безопасности

Выполнение лабораторной работы предполагает активные и пассивные взаимодействия с электрическим и криогенным оборудованием.

При работе с криогенными жидкостями и оборудованием

- студентам запрещается самостоятельная работа с криогенными жидкостями без должного надзора со стороны преподавателя;
- студентам и преподавателям следует использовать закрытую одежду и обувь, защитные перчатки и очки для предотвращения обморожения кожи и повреждения органов зрения при неожиданном попадании жидкого азота или контакте с охлажденными металлическими элементами;

- запрещается оставлять сосуды Дьюара с криогенными жидкостями *плотно закрытыми* во избежание неконтролируемого повышения давления газа в сосуде, испаряющиеся газы должны иметь возможность выхода при давлении близком к атмосферному давлению;
- запрещается оставлять сосуды Дьюара с жидким гелием *открытыми* на продолжительное время во избежание конденсации на внутренних поверхностях жидкого кислорода, что увеличивает скорость испарения гелия и, кроме этого, может сделать такой сосуд взрыво- и пожароопасным;
- запрещается *резко* изменять глубину погружения измерительной вставки в сосуде Дьюара, фиксирующую гайку следует затягивать плотно, однако не допуская механического повреждения вставки;
- не опускать руки и другие части тела в жидкий азот;
- не допускать падения и опрокидывания сосудов Дьюара с криогенными жидкостями, при транспортировке сосуда Дьюара с криогенными жидкостями должны быть надежно закреплены;
- запрещается перевозить сосуды Дьюара в пассажирском лифте;
- не допускать выхода газообразного гелия из системы сбора;
- при неконтролируемом замерзании горловины сосуда Дьюара с жидким гелием и невозможности извлечь вставку своими силами немедленно покинуть рабочее место и затем привлечь внимание преподавателя и сотрудников института к этой проблеме призывными восклицаниями

При работе с электрическим оборудованием

- убедиться в наличии защитного заземления и в исправности всех электрических разъемов, розеток и кабелей и проводов;
- не соединять и не разъединять приборы без разрешения преподавателя, не менять настроек измерительных приборов;
- в случае возникновения критической ситуации быстро покинуть рабочее место и затем привлечь внимание преподавателя и сотрудников института к возникшей проблеме.

Список литературы

- [1] Шмидт В.В. Введение в физику сверхпроводников. – М.: МЦНМО, 2000. – 402 с.
- [2] Абрикосов А.А. Основы теории металлов. – М.: Наука, 1987. – 520 с.
- [3] Ландау Л.Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. Теория поля. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 536 с.
- [4] Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1973. – 832 с.
- [5] Аладышкин А.Ю., Воробьев А.К., Вышеславцев П.П. и др. Структура смешанного состояния, индуцированная полем малой ферромагнитной частицы, в тонких сверхпроводящих пленках YBaCuO // ЖЭТФ. – 1999. – 5(11). – С. 1735–1749.
- [6] Vodolazov D.Yu., Aladyshkin A.Yu., Pestov E.E. et al. Peculiar superconducting properties of a thin – film superconductor – normal metal bilayer with large ratio of resistivities // Supercond. Sci. Technol. – 2018. – N 11. – p. 115004.
- [7] Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, рядов, сумм и произведений. – М.: Физматлит, 1963. – 1100 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭКРАНИРУЮЩИХ СВОЙСТВ ТОНКИХ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ ПЛЕНОК

Авторы:

Алексей Юрьевич Аладышкин

Александр Андреевич **Копасов**

Анна Игоревна **Елькина** и др.

Описание лабораторной работы

Компьютерный набор – *А.А. Копасов*

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского».
603950, Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23.

Подписано в печать . Формат 60×84 1/16.
Бумага офсетная. Печать офсетная. Гарнитура Таймс.
Усл. печ. л. п.л. Уч.-изд. л.
Заказ № . Тираж 100 экз.

Отпечатано в типографии Нижегородского госуниверситета
им. Н.И. Лобачевского.
603600, г. Нижний Новгород, ул. Большая Покровская, 37.